

Elementární funkce, Úvod do matematické analýzy, 28. 5. 2018

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních intervalů a konečných množin.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\operatorname{arccotg} \log_2 \frac{x}{x^2 + 1} + \operatorname{arctg} \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{x^2 + 1} > \pi.$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \arcsin \frac{x^4}{4(x^2 - 1)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \left| 1 - \sqrt[3]{|x| - 1} \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

Elementární funkce, Úvod do matematické analýzy, 28. 5. 2018

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních intervalů a konečných množin.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\operatorname{arccotg} \log_2 \frac{x}{x^2 + 1} + \operatorname{arctg} \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{x^2 + 1} > \pi.$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \arcsin \frac{x^4}{4(x^2 - 1)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \left| 1 - \sqrt[3]{|x| - 1} \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.