

## Elementární funkce, Úvod do matematické analýzy, 21. 6. 2018

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních intervalů a konečných množin.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\operatorname{arctg} x^2 + \operatorname{arctg}(x^2 - 1) \leq \frac{\pi}{2}.$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \ln \arccos(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}).$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \left| 2 - \frac{1}{||x| - 1|} \right|$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = \operatorname{cotg} x^2$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto intervaly nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

## Elementární funkce, Úvod do matematické analýzy, 21. 6. 2018

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních intervalů a konečných množin.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\operatorname{arctg} x^2 + \operatorname{arctg}(x^2 - 1) \leq \frac{\pi}{2}.$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \ln \arccos(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}).$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \left| 2 - \frac{1}{||x| - 1|} \right|$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = \operatorname{cotg} x^2$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto intervaly nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.