

Elementární funkce, Úvod do matematické analýzy, 26. 6. 2018

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních intervalů a konečných množin.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$x\sqrt{2-x^2} > 1-x^2.$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{\ln^2 x^2 - \ln x^4}}{\operatorname{arctg}(5-x-x^2)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \frac{1}{2^{|1-|x||}}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = \arccos(x) \arcsin(x)$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

Elementární funkce, Úvod do matematické analýzy, 26. 6. 2018

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních intervalů a konečných množin.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$x\sqrt{2-x^2} > 1-x^2.$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{\ln^2 x^2 - \ln x^4}}{\operatorname{arctg}(5-x-x^2)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \frac{1}{2^{|1-|x||}}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = \arccos(x) \arcsin(x)$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.