

## Elementární funkce, 20. 6. 2019

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních intervalů a konečných množin.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\frac{\sin 3x + \sin^3 x}{1 + 2 \sin x - \cos 2x} \geq \frac{3}{4}.$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}{\arcsin \frac{1}{x}}.$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \left| 1 - \sqrt[3]{8 - |x|} \right|$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá a zda je lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = \sin x \cdot \cos x$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

## Elementární funkce, 20. 6. 2019

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních intervalů a konečných množin.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\frac{\sin 3x + \sin^3 x}{1 + 2 \sin x - \cos 2x} \geq \frac{3}{4}.$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}{\arcsin \frac{1}{x}}.$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \left| 1 - \sqrt[3]{8 - |x|} \right|$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá a zda je lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = \sin x \cdot \cos x$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.