

## Elementární funkce, 27. 6. 2019

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních intervalů a konečných množin.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+1}{x-1} \leq \log_{\frac{1}{4}} \frac{x^2-2}{x^2-1}.$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \ln \left( \frac{9}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\operatorname{cotg}^3 x} \right).$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \left| 2 - \frac{1}{||x|-1|} \right|$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá a zda je lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = \operatorname{arctg} x \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

## Elementární funkce, 27. 6. 2019

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních intervalů a konečných množin.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+1}{x-1} \leq \log_{\frac{1}{4}} \frac{x^2-2}{x^2-1}.$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \ln \left( \frac{9}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\operatorname{cotg}^3 x} \right).$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \left| 2 - \frac{1}{||x|-1|} \right|$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá a zda je lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = \operatorname{arctg} x \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.