

## Úvod do matematické analýzy, 20. 5. 2016

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\frac{1}{4 \sin^4 x - 4 \sin^2 x + 1} \geq 4.$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - \log_2^2 x^2}{\log_2 x}} - 3.$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \left| \left| \operatorname{arccotg} x - \frac{\pi}{3} \right| - \frac{\pi}{3} \right| - \frac{\pi}{6}$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální podmnožiny  $\mathbb{R}$ , na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = \log_2 x + \log_x 2$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

## Úvod do matematické analýzy, 20. 5. 2016

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\frac{1}{4 \sin^4 x - 4 \sin^2 x + 1} \geq 4.$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - \log_2^2 x^2}{\log_2 x}} - 3.$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \left| \left| \operatorname{arccotg} x - \frac{\pi}{3} \right| - \frac{\pi}{3} \right| - \frac{\pi}{6}$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální podmnožiny  $\mathbb{R}$ , na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = \log_2 x + \log_x 2$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.