

## Úvod do matematické analýzy, 24. 5. 2016

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{x+1} \leq \operatorname{arccotg} \frac{x-1}{x-2}.$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{\sin x^2}}{x^2 - x - 1}.$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = -|\log_2(2 - 2|x|)|$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = 1 - x^2(x^2 - 2)$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

## Úvod do matematické analýzy, 24. 5. 2016

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{x+1} \leq \operatorname{arccotg} \frac{x-1}{x-2}.$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{\sin x^2}}{x^2 - x - 1}.$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = -|\log_2(2 - 2|x|)|$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = 1 - x^2(x^2 - 2)$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.