

Úvod do matematické analýzy, 20. 6. 2016

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\sin(x) (\cos^2(x) + 1) \leq \cos(x) (\sin^2(x) + 1).$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \sqrt[4]{\frac{\operatorname{arctg}(x) \operatorname{arccotg}(x)}{3 \operatorname{tg}^2(x) - 1}}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = - \left| \log_2(x^2 - 2|x| + 1) \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = 2^x - 2^{1-x}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

Úvod do matematické analýzy, 20. 6. 2016

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\sin(x) (\cos^2(x) + 1) \leq \cos(x) (\sin^2(x) + 1).$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \sqrt[4]{\frac{\operatorname{arctg}(x) \operatorname{arccotg}(x)}{3 \operatorname{tg}^2(x) - 1}}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = - \left| \log_2(x^2 - 2|x| + 1) \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = 2^x - 2^{1-x}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.