

Úvod do matematické analýzy, 30. 6. 2016

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$2\sqrt{\frac{x-2}{x-1}} - \sqrt{\frac{x-1}{x-2}} \geq -1.$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{2+2^x-4^x}}{\arcsin(x^2+x-3)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \left| \frac{4}{2^{|x-1|}} - 1 \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = \arctg(x) \operatorname{arccotg}(x)$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

Úvod do matematické analýzy, 30. 6. 2016

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$2\sqrt{\frac{x-2}{x-1}} - \sqrt{\frac{x-1}{x-2}} \geq -1.$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{2+2^x-4^x}}{\arcsin(x^2+x-3)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \left| \frac{4}{2^{|x-1|}} - 1 \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = \arctg(x) \operatorname{arccotg}(x)$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto množiny nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.