

Úvod do matematické analýzy, 1. 6. 2017

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů takových, že sjednocení žádných dvou z těchto množin již není intervalem.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\cos(\pi \sin^2 x) \leq \cos(2\pi \cos x).$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} 2^x}}{\ln\left(\frac{3}{\pi} \arccos\left(\frac{x+1}{3x-1}\right)\right)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \left| \frac{\pi}{6} - \arcsin\left(|x| - \frac{1}{2}\right) \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = 2^{x-1} - 4^x$$

pro všechna $x \in (0, \pi)$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nebo jejich sjednocení nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

Úvod do matematické analýzy, 1. 6. 2017

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů takových, že sjednocení žádných dvou z těchto množin již není intervalem.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\cos(\pi \sin^2 x) \leq \cos(2\pi \cos x).$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} 2^x}}{\ln\left(\frac{3}{\pi} \arccos\left(\frac{x+1}{3x-1}\right)\right)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \left| \frac{\pi}{6} - \arcsin\left(|x| - \frac{1}{2}\right) \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = 2^{x-1} - 4^x$$

pro všechna $x \in (0, \pi)$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nebo jejich sjednocení nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.