

## Úvod do matematické analýzy, 8. 6. 2017

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů takových, že sjednocení žádných dvou z těchto množin již není intervalem.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\arcsin x^2 < \arccos(1 - 2x^2).$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{\sqrt{x+5} - x}}{\ln \ln^2 x}.$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \left| |x|^3 - 3x^2 + 3|x| - 2 \right|$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1}$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto intervaly nebo jejich sjednocení nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

## Úvod do matematické analýzy, 8. 6. 2017

*Obecné instrukce:* Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů takových, že sjednocení žádných dvou z těchto množin již není intervalem.

1. Nalezněte množinu všech  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$\arcsin x^2 < \arccos(1 - 2x^2).$$

2. Nalezněte v  $\mathbb{R}$  maximální definiční obor funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{\sqrt{x+5} - x}}{\ln \ln^2 x}.$$

3. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \left| |x|^3 - 3x^2 + 3|x| - 2 \right|$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. Určete  $\mathcal{D}(f)$ ,  $\mathcal{H}(f)$ ,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$ ,  $\min f$ , maximální intervaly monotonie  $f$  a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti  $f$ . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje  $f_{-1}$ , a načrtněte graf  $f$ .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce  $f$  daná předpisem

$$f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1}$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím  $f$  na tyto intervaly nebo jejich sjednocení nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.