

Úvod do matematické analýzy, 20. 6. 2017

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktčních konečných výčtových množin a intervalů takových, že sjednocení žádných dvou z těchto množin již není intervalem.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\frac{3}{4 \sin x} \geq \sin x + \sin 3x.$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\ln(\operatorname{arccotg} x)}{\arcsin\left(\frac{x}{4} + \frac{1}{x}\right)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \left| \frac{1}{||x| - 1| - 2} \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = \frac{(e^x)^2}{e^{x^2}}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nebo jejich sjednocení nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

Úvod do matematické analýzy, 20. 6. 2017

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktčních konečných výčtových množin a intervalů takových, že sjednocení žádných dvou z těchto množin již není intervalem.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\frac{3}{4 \sin x} \geq \sin x + \sin 3x.$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\ln(\operatorname{arccotg} x)}{\arcsin\left(\frac{x}{4} + \frac{1}{x}\right)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \left| \frac{1}{||x| - 1| - 2} \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = \frac{(e^x)^2}{e^{x^2}}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nebo jejich sjednocení nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.