

Úvod do matematické analýzy, 27. 6. 2017

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů takových, že sjednocení žádných dvou z těchto množin již není intervalem.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\frac{\sqrt{\frac{x-2}{x-1}}}{2\sqrt{\frac{x-1}{x-2}} - 1} \leq 1.$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{\ln^2 x^2 - \ln x^4}}{\operatorname{arctg}(5 - x - x^2)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = - \left| -\sqrt[3]{1 - |x|} - 1 \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = 2^{1+x} - 2^{1-x}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nebo jejich sjednocení nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

Úvod do matematické analýzy, 27. 6. 2017

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktních konečných výčtových množin a intervalů takových, že sjednocení žádných dvou z těchto množin již není intervalem.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\frac{\sqrt{\frac{x-2}{x-1}}}{2\sqrt{\frac{x-1}{x-2}} - 1} \leq 1.$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{\ln^2 x^2 - \ln x^4}}{\operatorname{arctg}(5 - x - x^2)}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = - \left| -\sqrt[3]{1 - |x|} - 1 \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = 2^{1+x} - 2^{1-x}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nebo jejich sjednocení nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.