

Úvod do matematické analýzy, 30. 6. 2017

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktčních konečných výčtových množin a intervalů takových, že sjednocení žádných dvou z těchto množin již není intervalem.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\sin(x) (\cos^2(x) + 1) \leq \cos(x) (\sin^2(x) + 1).$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\ln \arccos(1 - x^2)}{\sqrt{2 + 2^x - 4^x}}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \left| \log_2 \frac{2}{(1-x)^2} \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = \ln^2(x^2 + 2x + 2)$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nebo jejich sjednocení nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.

Úvod do matematické analýzy, 30. 6. 2017

Obecné instrukce: Úlohy řešte výhradně elementárně, bez použití nástrojů diferenciálního počtu. Je-li výsledkem neprázdná podmnožina reálných čísel, vždy ji vyjádřete ve tvaru sjednocení navzájem disjunktčních konečných výčtových množin a intervalů takových, že sjednocení žádných dvou z těchto množin již není intervalem.

1. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\sin(x) (\cos^2(x) + 1) \leq \cos(x) (\sin^2(x) + 1).$$

2. Nalezněte v \mathbb{R} maximální definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x) = \frac{\ln \arccos(1 - x^2)}{\sqrt{2 + 2^x - 4^x}}.$$

3. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \left| \log_2 \frac{2}{(1-x)^2} \right|$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

4. Nalezněte maximální intervaly, na kterých je prostá funkce f daná předpisem

$$f(x) = \ln^2(x^2 + 2x + 2)$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má výraz vpravo smysl. K restrikcím f na tyto intervaly nebo jejich sjednocení nalezněte funkce inverzní a určete definiční obory a obory hodnot těchto inverzních funkcí.