

Funkce více proměnných, 12. 1. 2018

1. Načrtněte definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{(|x| - 1)^2 + (|y| - 1)^2} - 1}{\ln(1 - |x| - |y|)}$$

pro všechna $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, pro která má pravá strana smysl.

2. Funkce f je dána předpisem

$$f(x, y) = \frac{x^2 y + x y^2}{x^3 + y^3}$$

pro všechna $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, pro která má pravá strana smysl. Určete $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ nebo dokažte, že neexistuje, a dále rozhodněte, zda je f na svém definičním oboru omezená.

3. Nalezněte extrémy funkce $(x, y) \mapsto x^2 + y^2 - xy - x - y$ na trojúhelníku s vrcholy $[0, 0]$, $[4, 0]$, $[0, 2]$.

4. Označme $A = \{(x, y, z); x^2 + y^2 \leq z^2 \wedge -2 \leq z \leq 3\}$. Spočtěte

$$\int_A \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dx \, dy \, dz.$$

Funkce více proměnných, 12. 1. 2018

1. Načrtněte definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{(|x| - 1)^2 + (|y| - 1)^2} - 1}{\ln(1 - |x| - |y|)}$$

pro všechna $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, pro která má pravá strana smysl.

2. Funkce f je dána předpisem

$$f(x, y) = \frac{x^2 y + x y^2}{x^3 + y^3}$$

pro všechna $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, pro která má pravá strana smysl. Určete $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ nebo dokažte, že neexistuje, a dále rozhodněte, zda je f na svém definičním oboru omezená.

3. Nalezněte extrémy funkce $(x, y) \mapsto x^2 + y^2 - xy - x - y$ na trojúhelníku s vrcholy $[0, 0]$, $[4, 0]$, $[0, 2]$.

4. Označme $A = \{(x, y, z); x^2 + y^2 \leq z^2 \wedge -2 \leq z \leq 3\}$. Spočtěte

$$\int_A \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dx \, dy \, dz.$$