

Funkce více proměnných, 18. 1. 2018

1. Načrtněte definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{1-xy}{1+xy}} \cdot \frac{1}{x - \arcsin y}$$

pro všechna $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, pro která má pravá strana smysl.

2. Rozhodněte, zda je výraz

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin x \cos y - \cos x \sin y}{\sqrt{1+x+y^2} - \sqrt{1+y+x^2}}$$

definován jako limita vzhledem k \mathbb{R}^2 a jako limita vzhledem k definičnímu oboru, a pokud ano, určete hodnotu této limity nebo dokažte, že neexistuje.

3. Nalezněte lokální extrémů funkce f definované předpisem

$$f(x, y) := (x^2 - 1)(x^4 + y^2 - 1)$$

pro všechna $x, y \in \mathbb{R}$, pro která má pravá strana smysl.

4. Označme $A = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1 \wedge |x| + |y| \geq 1\}$. Spočtěte

$$\int_A \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \right)^2 dx dy.$$

Funkce více proměnných, 18. 1. 2018

1. Načrtněte definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{1-xy}{1+xy}} \cdot \frac{1}{x - \arcsin y}$$

pro všechna $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, pro která má pravá strana smysl.

2. Rozhodněte, zda je výraz

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin x \cos y - \cos x \sin y}{\sqrt{1+x+y^2} - \sqrt{1+y+x^2}}$$

definován jako limita vzhledem k \mathbb{R}^2 a jako limita vzhledem k definičnímu oboru, a pokud ano, určete hodnotu této limity nebo dokažte, že neexistuje.

3. Nalezněte lokální extrémů funkce f definované předpisem

$$f(x, y) := (x^2 - 1)(x^4 + y^2 - 1)$$

pro všechna $x, y \in \mathbb{R}$, pro která má pravá strana smysl.

4. Označme $A = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1 \wedge |x| + |y| \geq 1\}$. Spočtěte

$$\int_A \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \right)^2 dx dy.$$