

Funkce více proměnných, 16. 2. 2018

1. Načrtněte definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{\sin(|x + y| + |x - y|)}{|x| + |y| - \pi}}$$

pro všechna $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, pro která má pravá strana smysl.

2. Rozhodněte, zda je výraz

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 y + x^3 y^2}{x^4 + y^4}$$

definován jako limita vzhledem k \mathbb{R}^2 a jako limita vzhledem k definičnímu oboru, a pokud ano, určete hodnotu této limity nebo dokažte, že neexistuje.

3. Nalezněte extrémů funkce $(x, y) \mapsto x^2 + y^2 - xy - x - y$ na trojúhelníku s vrcholy $[0, 0]$, $[4, 0]$, $[0, 2]$.

4. Spočtěte integrál

$$\int_B y \, dx \, dy \, dz$$

kde

$$B = \left\{ [x, y, z] \in \mathbb{R}^3; \frac{x^2}{4} + z^2 \leq y \leq 4 \right\}.$$

Funkce více proměnných, 16. 2. 2018

1. Načrtněte definiční obor funkce f dané předpisem

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{\sin(|x + y| + |x - y|)}{|x| + |y| - \pi}}$$

pro všechna $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, pro která má pravá strana smysl.

2. Rozhodněte, zda je výraz

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 y + x^3 y^2}{x^4 + y^4}$$

definován jako limita vzhledem k \mathbb{R}^2 a jako limita vzhledem k definičnímu oboru, a pokud ano, určete hodnotu této limity nebo dokažte, že neexistuje.

3. Nalezněte extrémů funkce $(x, y) \mapsto x^2 + y^2 - xy - x - y$ na trojúhelníku s vrcholy $[0, 0]$, $[4, 0]$, $[0, 2]$.

4. Spočtěte integrál

$$\int_B y \, dx \, dy \, dz$$

kde

$$B = \left\{ [x, y, z] \in \mathbb{R}^3; \frac{x^2}{4} + z^2 \leq y \leq 4 \right\}.$$