

## Matematická analýza I, 18. 1. 2018

1. Posloupnost  $(a_n)$  je dána předpisem

$$a_n = \frac{2^n}{n^2 - 20n + 70}, \quad n \in \mathbb{N}_0.$$

Zjistěte, pro která  $n$  je  $a_n$  větší (resp. menší, resp. rovno)  $a_{n+1}$ , rozhodněte, zda je  $(a_n)$  monotónní a zda je omezená a určete její supremum, infimum, maximum a minimum.

2. Rozhodněte, pro které hodnoty reálných parametrů  $a, b$  je výraz

$$\lim \frac{n^a}{b^n}$$

definovaný, pro které existuje limita, kterou představuje, a jaká je v závislosti na nich hodnota této limity.

3. Bez použití derivací určete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\ln \sin x}.$$

4. Bez použití derivací určete limity funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - x - 1}{2^{-x} - 2^{-x^2}}$$

v krajních bodech intervalů maximálního definičního oboru v  $\mathbb{R}$ .

## Matematická analýza I, 18. 1. 2018

1. Posloupnost  $(a_n)$  je dána předpisem

$$a_n = \frac{2^n}{n^2 - 20n + 70}, \quad n \in \mathbb{N}_0.$$

Zjistěte, pro která  $n$  je  $a_n$  větší (resp. menší, resp. rovno)  $a_{n+1}$ , rozhodněte, zda je  $(a_n)$  monotónní a zda je omezená a určete její supremum, infimum, maximum a minimum.

2. Rozhodněte, pro které hodnoty reálných parametrů  $a, b$  je výraz

$$\lim \frac{n^a}{b^n}$$

definovaný, pro které existuje limita, kterou představuje, a jaká je v závislosti na nich hodnota této limity.

3. Bez použití derivací určete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\ln \sin x}.$$

4. Bez použití derivací určete limity funkce  $f$  dané předpisem

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - x - 1}{2^{-x} - 2^{-x^2}}$$

v krajních bodech intervalů maximálního definičního oboru v  $\mathbb{R}$ .