Matematická analýza II, 23. 5. 2013

1. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \sqrt[3]{4x^3 - 4x^2 - x^4}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má pravá strana smysl. Pro funkci f určete: definiční obor, obor hodnot, suprémum, infimum, globální extrémy, limity v krajních bodech intervalů definičního oboru, úplnou první derivaci (tedy oboustrannou derivaci ve všech bodech, kde existuje, a ve zbylých jednostranné derivace, pokud existují), úplnou druhou derivaci, maximální intervaly monotonie, maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti, lokální extrémy a inflexní body. Dále načrtněte graf f tak, aby odpovídal předchozím zjištěním.

2. Označme

$$a_n = \frac{2^{n^2}}{(3n)!}.$$

Určete součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a řady $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$.

3. Rozhodněte o konvergenci a absolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4^{n-1} - 9^{\frac{n}{2}+2}}{\sqrt{n^3}\, 2^{2n-1}}.$$

Matematická analýza II, 23. 5. 2013

1. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \sqrt[3]{4x^3 - 4x^2 - x^4}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má pravá strana smysl. Pro funkci f určete: definiční obor, obor hodnot, suprémum, infimum, globální extrémy, limity v krajních bodech intervalů definičního oboru, úplnou první derivaci (tedy oboustrannou derivaci ve všech bodech, kde existuje, a ve zbylých jednostranné derivace, pokud existují), úplnou druhou derivaci, maximální intervaly monotonie, maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti, lokální extrémy a inflexní body. Dále načrtněte graf f tak, aby odpovídal předchozím zjištěním.

2. Označme

$$a_n = \frac{2^{n^2}}{(3n)!}.$$

Určete součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a řady $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$.

3. Rozhodněte o konvergenci a absolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4^{n-1} - 9^{\frac{n}{2}+2}}{\sqrt{n^3}\, 2^{2n-1}}.$$