

Matematická analýza II, 3. 6. 2013

1. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \arccos \frac{2x^2}{x^4 + 1}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má pravá strana smysl. Pro funkci f určete: definiční obor, obor hodnot, supremum, infimum, globální extrém, limity v krajních bodech intervalů definičního oboru, úplnou první derivaci (tedy oboustrannou derivaci ve všech bodech, kde existuje, a ve zbylých jednostranné derivace, pokud existují), úplnou druhou derivaci, maximální intervaly monotonie, maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti, lokální extrém a inflexní body. Dále načrtněte graf f tak, aby odpovídal předchozím zjištěním.

2. Určete součet řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}.$$

3. Rozhodněte o konvergenci a absolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n} - \sqrt{n+2}) \ln(n^2 + n) \operatorname{arccotg} n.$$

Matematická analýza II, 3. 6. 2013

1. Funkce f je dána předpisem

$$f(x) = \arccos \frac{2x^2}{x^4 + 1}$$

pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která má pravá strana smysl. Pro funkci f určete: definiční obor, obor hodnot, supremum, infimum, globální extrém, limity v krajních bodech intervalů definičního oboru, úplnou první derivaci (tedy oboustrannou derivaci ve všech bodech, kde existuje, a ve zbylých jednostranné derivace, pokud existují), úplnou druhou derivaci, maximální intervaly monotonie, maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti, lokální extrém a inflexní body. Dále načrtněte graf f tak, aby odpovídal předchozím zjištěním.

2. Určete součet řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}.$$

3. Rozhodněte o konvergenci a absolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n} - \sqrt{n+2}) \ln(n^2 + n) \operatorname{arccotg} n.$$