

## Matematická analýza II, 12. 6. 2013

1. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \sqrt{2 - \frac{4x}{x^2 + 1}}$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má pravá strana smysl. Pro funkci  $f$  určete: definiční obor, obor hodnot, supremum, infimum, globální extrém, limity v krajních bodech intervalů definičního oboru, úplnou první derivaci (tedy oboustrannou derivaci ve všech bodech, kde existuje, a ve zbylých jednostranné derivace, pokud existují), úplnou druhou derivaci, maximální intervaly monotonie, maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti, lokální extrém a inflexní body. Dále načrtněte graf  $f$  tak, aby odpovídal předchozím zjištěním.

2. Určete součet řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2x^2 - x - 3)x^n \frac{(x + \sqrt{2})^{1-n}}{(x + \sqrt{2})^{1+n}}$$

v závislosti na reálném parametru  $x$ .

3. Rozhodněte o konvergenci a absolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{3 - 2n}{n^2 + 4}.$$

## Matematická analýza II, 12. 6. 2013

1. Funkce  $f$  je dána předpisem

$$f(x) = \sqrt{2 - \frac{4x}{x^2 + 1}}$$

pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která má pravá strana smysl. Pro funkci  $f$  určete: definiční obor, obor hodnot, supremum, infimum, globální extrém, limity v krajních bodech intervalů definičního oboru, úplnou první derivaci (tedy oboustrannou derivaci ve všech bodech, kde existuje, a ve zbylých jednostranné derivace, pokud existují), úplnou druhou derivaci, maximální intervaly monotonie, maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti, lokální extrém a inflexní body. Dále načrtněte graf  $f$  tak, aby odpovídal předchozím zjištěním.

2. Určete součet řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2x^2 - x - 3)x^n \frac{(x + \sqrt{2})^{1-n}}{(x + \sqrt{2})^{1+n}}$$

v závislosti na reálném parametru  $x$ .

3. Rozhodněte o konvergenci a absolutní konvergenci řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{3 - 2n}{n^2 + 4}.$$