

Náhradní úlohy z Matematiky A

1. Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}.$$

2. Křivka \mathcal{K} je dána parametrickými rovnicemi

$$x = 1 - 2 \sin t, \quad y = \cos t, \quad t \in \langle 0, \pi \rangle.$$

a) Nalezněte obecnou rovnici křivky \mathcal{K} .

b) Popište křivku \mathcal{K} a načrtněte ji.

c) Pro uvedenou parametrizaci nalezněte tečné vektory ke křivce \mathcal{K} v bodech, kde křivku protíná osa y .

3. Určete

$$\int x(\ln x + e^x + e^{x^2}) dx.$$

4. Označme P plochu ohraničenou křivkami $y = \operatorname{tg} x + 1$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ a osou x .

a) Načrtněte plochu P .

b) Určete objem tělesa, které vznikne rotací P kolem osy x .

5. Mějme rovnici E :

$$x = \cos x.$$

a) Geometricky určete počet řešení E .

b) Pro nejmenší kladný kořen E najděte separační interval délky menší než $\frac{1}{3}$.

c) Pro nalezený separační interval ověřte podmínky Newtonovy metody a nalezněte první aproximaci řešení.

6. O funkci f víme, že prochází počátkem soustavy souřadnic, a dále, že pokud ji zderivujeme, dostaneme totéž, jako když ji umocníme na druhou a odečteme 1. Určete funkci f .

7. Nalezněte obecné řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 4y' + 5y = \frac{x \cos x}{e^{2x}}.$$

8. Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = |x|(x-2).$$

Derivaci v bodě $x = 0$ určete z definice.

9. Křivka \mathcal{K} je dána rovnicí a podmínkou

$$(y+1)(y+5) = x(2-x), \quad x-y \geq 4.$$

a) Popište křivku \mathcal{K} a načrtněte ji.

b) Rozhodněte, zda bod $(1, -2)$ leží na křivce \mathcal{K} .

c) Nalezněte nějakou parametrizaci křivky \mathcal{K} .

10. Určete

$$\int \frac{e^{3x}}{3e^{2x} + 2e^x + 1} dx.$$

11. Pomocí Taylorova polynomu 3. stupně ve vhodném bodě nalezněte přibližnou hodnotu $\operatorname{arccotg} 0,9$.

12. Nalezněte řešení diferenciální rovnice s počáteční podmínkou:

$$y' = \frac{1}{2}y \operatorname{cotg} x - \cos x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$$